

基于 PMU 量测数据的在线潮流抗差计算方法

林俊杰¹, 郭宜通¹, 宋文超², 陆超^{3*}

(1. 福州大学电气工程与自动化学院, 福建省 福州市 350108; 2. 国家电网有限公司华北分部, 北京市 西城区 100053; 3. 新型电力系统运行与控制全国重点实验室 (清华大学电机工程与应用电子技术系), 北京市 海淀区 100086)

The Online Power Flow Robustness Calculation Method Based on PMU Measurement Data

LIN Junjie¹, GUO Yitong¹, SONG Wenchao², LU Chao^{3*}

(1. College of Electrical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, Fujian Province, China; 2. North China Branch of State Grid Corporation of China, Xicheng District, Beijing 100053, China; 3. State Key Laboratory of Power System Operation and Control (Department of Electrical Engineering, Tsinghua University), Haidian District, Beijing 100086, China)

ABSTRACT: To ensure the safe and stable operation of new power systems, it is imperative to accelerate the improvement of novel dispatching systems. However, traditional dispatcher power flow calculation methods struggle to balance accuracy, real-time performance, and robustness against bad data. To fully utilize phasor measurement unit (PMU) measurement information while suppressing the impact of bad data on power flow results and achieving accurate real-time online state perception in power systems, this paper breaks through the conventional sequential processing mode of “state estimation-dispatcher power flow” and proposes an online robust power flow calculation method based on PMU measurement data. First, an accurate linear measurement model using PMU data is established, which ensures real-time performance by avoiding iterative computation through direct solving. Second, for node-type and branch-type measurement data, node voltages and branch currents are respectively employed as system state vectors to analyze the propagation of measurement errors to power flow results. Furthermore, under the constraint of solvable power flow equations, optimal measurement equation combinations are selected for power flow calculation by minimizing error propagation through the objective function. Finally, validation tests on the IEEE 39-node system and the Guangdong 500 kV transmission network within the China Southern Power Grid demonstrate that compared with conventional methods, the proposed approach exhibits superior accuracy and real-time performance. When compared with linear methods using different measurement equation

combinations, it effectively reduces the impact of bad data on power flow results, demonstrating enhanced robustness.

KEY WORDS: phasor measurement unit data; online power flow calculation; bad data; linear power flow; error propagation

摘要: 构建新型电力系统需加速完善新型调度体系, 以保障系统安全稳定运行, 但传统调度员潮流计算方法难以兼顾准确性、实时性和对不良数据的抗差性。为充分利用同步相量测量装置(phasor measurement unit, PMU)的量测信息, 同时抑制不良数据对潮流结果造成影响, 实现电力系统的在线准确实时状态感知, 该文突破“状态估计-调度员潮流”串行处理模式, 提出一种基于 PMU 量测数据的在线潮流抗差计算方法。首先, 构建基于 PMU 数据的准确线性量测模型, 通过直接求解避免迭代计算, 保证潮流计算实时性; 其次, 对于节点类型与支路类型量测数据, 分别采用节点电压与支路电流作为系统状态向量分析量测数据误差对潮流结果的影响; 进一步, 以满足潮流方程可解为约束, 以最小化量测数据误差传播为目标函数, 选取最优量测方程组合进行潮流计算; 最后, 基于 IEEE 39 节点系统与广东 500 kV 输电网进行验证, 结果表明, 所提方法与常规方法相比具有更好的准确性和实时性, 与不同量测方程组合的线性方法相比能够减小不良数据对潮流结果的影响, 具有较好的抗差性。

关键词: 同步相量量测数据; 在线潮流计算; 不良数据; 线性潮流; 误差传播

基金项目: 国家自然科学基金项目(52407087)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China (52407087).

0 引言

推进碳达峰碳中和是党中央立足新发展格局

做出的重大战略决策^[1],构建以新能源为主体的新型电力系统是落实“双碳”行动的关键举措^[2]。调度自动化系统是保障电网安全稳定运行的关键,其信息主要来自于数据采集与监控系统(supervisory control and data acquisition, SCADA)中的远程终端单元(remote terminal unit, RTU)以及广域量测系统(wide area measurement system, WAMS)中的同步相量测量装置(phasor measurement unit, PMU)^[3]。由于PMU能够高频采集带有时间戳的高精度相量类型数据,已经覆盖500 kV及以上主干输电网与重要的220 kV厂站和线路^[4]。调度自动化系统通过潮流计算分析上述数据获取系统状态,从而实现在线安全稳定检测与评估。

传统潮流计算方法如牛顿-拉夫逊法^[5]通过迭代求解非线性方程组,迭代初值的选取也会影响算法收敛性^[6]。在牛顿-拉夫逊法的基础上有许多相关研究,文献[7]改进了迭代思路,提出预测校正方法,文献[8]在牛顿-拉夫逊法的基础上引入四阶龙格库塔法,文献[9]利用列文伯格-马夸特法改善牛顿-拉夫逊法的收敛性。但是求解非线性方程组的相关算法在新能源出力剧烈波动、系统发生暂态突变、通信延迟导致数据非同步等情况下容易出现不收敛情况^[10],难以满足新型调度体系中准确性与实时性的要求。

为提高计算实时性,相关研究对潮流模型进行简化。在系统处于稳态时输电线路电抗远大于电阻,可忽略支路电阻与电纳得到近似的直流潮流模型^[11],使方程与待求解变量之间为线性关系。文献[12-13]进一步优化形成平方线性与对数线性的直流潮流模型。文献[14]提出一种线路解耦等值线性化模型,并对比了多种常见的直流潮流模型。针对电力系统复杂多变的特征,文献[15]研究求解变量函数形式与潮流计算误差的关系,提出潮流方程中最优潮流求解变量的选取方法,并确定相应的直流模型。直流潮流模型通过简化非线性模型提升其求解速度,但难以保证准确性。

文献[17]通过研究PMU的量测数据,在电压量测值与电流量测值之间建立精确的线性关系;文献[18]进一步考虑PMU量测数据与潮流结果之间的精确线性关系,提出精确的线性潮流模型,避免了由于模型简化带来的影响。

除理论算法误差外,实际场景中量测数据误差

无法规避。文献[19]指出,在系统稳态运行时PMU量测值的幅值与相角也可能分别出现2%和1.5°的误差。除数据采集终端的缺陷之外,量测数据也会受通信层的干扰而导致传输异常,现场人为动作失误或者是气象环境因素的影响都会导致PMU量测数据产生误差较大的偏差数据甚至是不良数据,远超国标规定的标准范围^[20-21]。同时,信息层与物理层之间的深度耦合也加剧了新型电力系统受到虚假数据注入攻击的风险^[22],这些不良数据会对后续分析应用造成较大影响。因此,在潮流计算前通常需要对量测数据进行处理,文献[23]推导支路电流与节点注入功率的灵敏度关系提供了新的分析思路;文献[24]通过将PMU支路电流相量变换成功率或电压进行状态估计;文献[25]在全相量量测的基础上建立了复数加权最小二乘法状态估计模型;文献[26]将PMU线性量测模型与线性贝叶斯理论结合用于状态估计;文献[27]使用数据驱动类方法辨识出低质量数据并进行重构等。但在复杂环境下,网络模型参数不确定性容易对处理结果造成影响,难以在全时空尺度保障数据质量,当不良数据未被成功辨识出时,不可避免会将量测数据误差传播至潮流结果。

因此,为充分利用PMU量测信息,同时兼顾潮流计算的准确性、实时性以及对不良数据的抗差性,本文提出一种基于PMU量测数据的在线潮流抗差计算方法:首先,构建准确的线性潮流计算模型,该模型不是对潮流模型的简化,并且能够避免迭代求解;其次,构建双状态向量表征体系,针对PMU节点与支路两种量测类型的数据,分别以节点电压和支路电流作为不同的状态向量进行量测数据的误差传播分析;此外,建立合理的量测方程选取准则,在满足潮流可解的情况下抑制不良数据的传播。将不良数据抑制策略嵌入线性模型求解过程,实现误差控制与计算效率的协同优化,并提高算法抗差性。

1 实时线性潮流计算模型

当前电力系统在线分析领域面临严峻的时效性挑战,传统基于SCADA量测数据的分析系统存在显著的时间滞后问题:从量测数据采集到完成全网潮流计算需要经历分钟级延迟。这主要源于其固有的数据处理流程,在基于SCADA量测数据的传统架构中,系统状态估计是不可或缺的预处理环

节。由于 SCADA 量测存在显著噪声，需通过如加权最小二乘法等统计优化方法，构建目标函数最小化量测残差的加权平方和，最终输出系统状态的最优估计值。然而，由于状态估计以统计最优为目标，其输出结果可能不完全满足电力系统物理方程，因此需将估计值作为初始条件，调用牛顿-拉夫逊法等数值迭代算法重新执行潮流计算，强制修正节点功率偏差，确保结果严格遵循基尔霍夫定律，为后续调度决策提供物理一致性保障。

本文突破“状态估计-调度员潮流”串行处理模式，将不良数据抑制策略嵌入潮流计算模型中，直接通过广域测量系统的实时数据，实现基于 PMU 量测数据的在线潮流计算，能够显著提升电网态势感知时效性。

1.1 基于全 PMU 数据的线性量测模型

假设某电力系统中共有 n 个节点以及 b 条支路，可以通过式(1)所示的电力系统量测方程来表示量测数据与系统状态之间的关系。

$$\mathbf{Z}^m = f(\mathbf{X}) + \mathbf{e}^m \quad (1)$$

式中： $\mathbf{Z}^m$ 为电力系统中量测设备能够采集并上送至调度中心的量测向量，假设终端量测设备能够提供 m 处量测数据，则量测向量数据维度为 $m \times 1$ 维； $\mathbf{X}$ 为系统状态向量； $\mathbf{e}^m$ 为量测误差向量，其维度也为 $m \times 1$ 维。

对于上述 n 个节点和 b 条支路的电力系统，假设所有节点均配置 PMU，则调度中心能够接收到的量测数据包括： n 个节点对应的节点电压相量和注入电流相量、 b 条支路对应的正向电流相量和反向电流相量。如图 1 所示，定义电力系统中由两端节点 i 和节点 j 构成的支路 ij ，也称其为支路 k 。在节点 i 与节点 j 均配置 PMU，则节点 i 处的 PMU 能够提供的量测数据有：节点 i 的电压相量 U_i^c 和注入电流相量 $I_{\text{inject},i}^c$ 、支路 ij (支路 k) 的正向电流相量 $I_{f,k}^c$ ；节点 j 处的 PMU 能够提供的量测数据有：节点 j 的电压相量 U_j^c 和注入电流相量 $I_{\text{inject},j}^c$ 、支路 ij (支路 k) 的反向电流相量 $I_{t,k}^c$ 。

对于节点 i 的节点量测数据：节点电压相量 U_i^c 和注入电流相量 $I_{\text{inject},i}^c$ ，可以表示为式(2)所示的两个复数量测方程。对于支路 k 的支路量测数据，可以表示为式(3)所示的两个复数量测方程。因此，式(2)、(3)可表达 PMU 量测向量与该系统状态向量

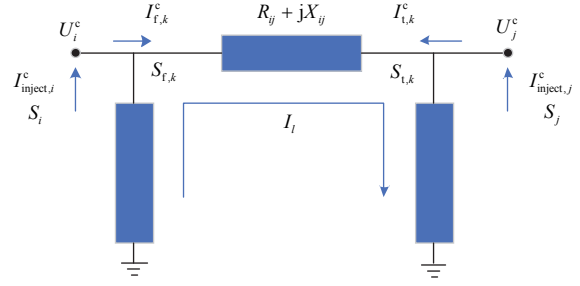


图 1 系统支路量测模型

Fig. 1 Power system branch measurement model

之间的复数线性关系。

$$\begin{cases} U_i^c = U_i^c \\ I_{\text{inject},i}^c = \sum_{j=1}^n Y_{ij} U_j^c \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} I_{f,k}^c = \sum_{j=1}^n Y_{f,kj} U_j^c \\ I_{t,k}^c = \sum_{j=1}^n Y_{t,kj} U_j^c \end{cases} \quad (3)$$

式中： Y_{ij} 为电力系统节点导纳矩阵 $\mathbf{Y}$ 中第 i 行第 j 列的元素； $Y_{f,kj}$ 和 $Y_{t,kj}$ 分别为系统正向支路导纳矩阵 $\mathbf{Y}_f$ 与反向支路导纳矩阵 $\mathbf{Y}_t$ 中第 k 行第 j 列的元素。

1.2 量测方程等价性分析

在传统潮流计算方法中，以节点 i 为例，所使用的量测数据类型一般包含：注入有功功率 $P_{\text{inject},i}$ 、注入无功功率 $Q_{\text{inject},i}$ 、电压幅值 U_i 及设置的平衡节点电压相角 θ_i 。

$$\begin{cases} U_i = U_i \\ \theta_i = \theta_i \\ P_{\text{inject},i} = U_i \sum_{j=1}^n U_j [G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] \\ Q_{\text{inject},i} = U_i \sum_{j=1}^n U_j [G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)] \end{cases} \quad (4)$$

式(4)为节点 i 的 4 种类型量测数据与系统状态之间的非线性关系，根据不同的节点类型分别从中选取相对应的 2 个方程进行求解，从而得到系统的状态向量。

对于式(4)中的第 1、2 两个量测方程和式(2)中的第 1 个量测方程，二者均能够完整表征节点 i 的电压信息，因此量测方程等价。对于式(4)中的第 3、4 个量测方程，可以通过式(5)转化为式(2)中的第 2 个量测方程。

$$\begin{aligned}
S_i &= P_{\text{inject},i} + jQ_{\text{inject},i} = U_i^c (I_{\text{inject},i}^c)^* = \\
U_i^c \sum_{j=1}^n (Y_{ij})^* (U_j^c)^* &= (U_i \cos \theta_i + jU_i \sin \theta_i) \times \\
\sum_{j=1}^n (G_{ij} - jB_{ij})(U_j \cos \theta_j - jU_j \sin \theta_j) &= \\
U_i \sum_{j=1}^n U_j (G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)) + \\
jU_i \sum_{j=1}^n U_j (G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)) & \quad (5)
\end{aligned}$$

式(5)展示了节点注入有功功率和无功功率与节点注入电流的转化关系,通过这一关系,二者能够表征相同的节点电压信息,因此,式(2)与(4)量测方程等价。意味着,节点*i*的电压幅值、电压相角、注入有功功率、注入无功功率能够等价转化为节点*i*的电压相量与注入电流相量。

式(3)表征了基于支路电流相量得到的量测信息,但是在式(4)中并没有考虑支路功率量测信息。进一步考虑如式(6)所示的非线性支路功率量测方程,通过这一关系,二者能够表征相同的节点电压信息,因此式(3)中第1个量测方程可通过式(6)、(7)进行等价转换。

式(6)中的 $P_{f,k}$ 与 $Q_{f,k}$ 分别代表与式(3)中具有相同意义的支路*k*的正向有功功率与正向无功功率。同理,式(3)中的第2个量测方程也可以与支路*k*中的反向有功功率 $P_{t,k}$ 和反向无功功率 $Q_{t,k}$ 进行等价转换。

在上述分析中,式(4)、(6)是基于传统SCADA系统采集的功率和电压幅值量测数据,以实数非线性关系构建的量测方程组。式(2)、(3)是基于PMU采集的电压相量及电流相量量测数据,以复数线性关系表示的量测方程组。

$$\begin{cases}
P_{f,k} = U_i^2 G_{ij} + U_i U_j [(G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + \\
B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j))] \\
Q_{f,k} = -U_i^2 B_{ij} + U_i U_j [G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - \\
B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)]
\end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
S_{f,k} &= P_{f,k} + jQ_{f,k} = U_i^c (I_{f,k}^c)^* = \\
U_i^c \sum_{j=1}^n (Y_{f,kj})^* (U_j^c)^* &= U_i^c [(U_i^c)^* - (U_j^c)^*] \cdot \\
(G_{ij} - jB_{ij}) &= U_i^2 G_{ij} + U_i U_j [G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + \\
B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] - j[U_i^2 B_{ij} - U_i U_j \times \\
(G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j))] & \quad (7)
\end{aligned}$$

两类方程组虽然在数学表达形式与数据处理方式上存在明显区别,但二者均能够完整描述系统状态向量。因此,可以构建出基于全PMU数据的线性量测模型,能够克服传统非线性方程计算复杂的缺点,并以此为基础进行后续线性潮流计算。

1.3 量测方程可选择性分析

式(1)中, n 个节点的电力系统对应的系统状态向量 $\mathbf{X}$ 一般为节点电压幅值与电压相角,其总维度为 $2n$ 。

现有电力系统中部署了多源量测装置,能够获取的量测数据是冗余的,这意味着实际量测物理量以及相对应的独立方程个数通常大于 $2n$ 。为电力系统的分析提供了更多的量测信息,使得系统的运行更加可监控。

针对 n 个节点的电力系统,当系统独立方程数量与状态变量维度严格匹配,即独立方程数等于 $2n$ 时,则求解状态向量 $\mathbf{X}$ 的过程是潮流计算,必须严格满足潮流方程。若独立方程数大于 $2n$ 形成超定方程组,则求解状态向量 $\mathbf{X}$ 的过程是状态估计,通过最优方法估算出最接近系统状态的解,其输出结果可能不严格满足电力系统物理方程。此外,当关键量测缺失导致系统不可观测,即独立方程数小于 $2n$ 时,系统进入欠定状态,状态向量 $\mathbf{X}$ 没有唯一解,系统状态无法确定。

假设在上述电力系统中每个节点均配置PMU,则一共可以获得 $m = 2n + 2b$ 个量测向量与其相对应的线性量测方程用于后续的潮流计算分析,如式(8)与(9)所示。

$$\begin{cases}
\mathbf{Z}^c = \begin{bmatrix} \mathbf{U}^c \\ \mathbf{I}_f^c \\ \mathbf{I}_t^c \\ \mathbf{I}_{\text{inject}}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}^c \\ \mathbf{Y}_f \mathbf{U}^c \\ \mathbf{Y}_t \mathbf{U}^c \\ \mathbf{Y} \mathbf{U}^c \end{bmatrix} = \mathbf{A}^c \mathbf{U}^c \\
\mathbf{Z}^c = [\mathbf{U}^c \quad \mathbf{I}_f^c \quad \mathbf{I}_t^c \quad \mathbf{I}_{\text{inject}}^c]^T \\
\mathbf{A}^c = [\mathbf{I} \quad \mathbf{Y}_f^T \quad \mathbf{Y}_t^T \quad \mathbf{Y}^T]^T
\end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases}
\mathbf{U}^c = [U_1^c \quad \cdots \quad U_n^c]^T \\
\mathbf{I}_f^c = [I_{f,1}^c \quad \cdots \quad I_{f,b}^c]^T \\
\mathbf{I}_t^c = [I_{t,1}^c \quad \cdots \quad I_{t,b}^c]^T \\
\mathbf{I}_{\text{inject}}^c = [I_{\text{inject},1}^c \quad \cdots \quad I_{\text{inject},n}^c]^T
\end{cases} \quad (9)$$

式中: $\mathbf{Z}^c$ 为PMU提供的量测向量; $\mathbf{A}^c$ 为量测矩阵,对应元素与系统拓扑相关; $\mathbf{U}^c$ 为节点电压相量; $\mathbf{I}_{\text{inject}}^c$ 为节点注入电流相量; $\mathbf{I}_f^c$ 和 $\mathbf{I}_t^c$ 分别为支路正

向电流相量和反向电流相量。上述元素均为复数形式，因此 $\mathbf{Z}^c$ 与 $\mathbf{U}^c$ 为线性关系。

对于传统的电力系统潮流计算，确定所需的量测数据，并选取出量测数据所对应的 $2n$ 个独立量测方程即可解得全网状态。由于式(8)中的 m 个方程为复数方程，因此线性潮流计算只需从中选取 n 个复数方程即可解得唯一的系统状态。当量测方程合理选定，求解过程所需要的量测数据也被同步确定。此时，求解出的状态向量与系统真实状态之间的误差只与量测数据误差有关。

2 考虑不良数据抑制策略的线性量测方程选取方法

1 节分析中，当非线性算法迭代次数收敛或呈现线性关系时，系统潮流结果的误差只与量测数据误差有关。由于实际采集数据误差难以确定，当不良数据尚未被成功辨识出时，如何保证计算得到的潮流结果具有较高准确度，本文采用不良数据抑制策略对量测方程进行选取。

2.1 线性量测方程选取约束及目标

潮流可解约束相较于 PMU 配置的系统可观性约束更为复杂^[28]，寻找潮流可解的充要条件难以严格建立，本文将式(10)所示的充分条件作为潮流可解性保证的约束，具体含义为：第 1 个约束条件是需要选择 n 个 PMU 线性量测方程满足潮流可解；第 2 个约束条件是至少应选择支路 i 的首末两端节点对应的两个电压量测方程中的其中一个；第 3 个约束条件是至少应选择与节点 i 相关的一个量测方程。确定潮流可解约束之后，需从式(8)中选取 n 个量测方程进行潮流计算。

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m K_i = n \\ K_{\text{branch}_i^1} + K_{\text{branch}_i^2} \geq 1, i=1,2,3,\dots,b \\ K_i + K_{n+2b+i} + \sum_{i \in \Omega_i} K_{n+i} + \sum_{i \in \Omega_i} K_{n+b+i} \geq 1, i=1,2,\dots,n \\ \Omega_i = \{k | (\text{branch}_k^1 = i \cup \text{branch}_k^2 = i) \cap k=1,2,\dots,b\} \end{cases} \quad (10)$$

式中： K_i 为对应于量测向量 $\mathbf{Z}^c$ 中第 i 个元素的 0-1 整数决策变量；下标 branch_i^1 和 branch_i^2 分别表示支路 i 的首末端节点； Ω_i 为与节点 i 相关联的支路集合。综合考虑 $\mathbf{Z}^c$ 中各元素对应的决策变量 K_i ，形成决策向量 $\mathbf{K}$ 为

$$\mathbf{K} = [K_1 \ K_2 \ \dots \ K_m] \quad (11)$$

PMU 提供的节点类型量测数据有：节点电压

相量、节点注入电流相量；支路类型量测数据有：支路正向电流相量、支路反向电流相量。针对 PMU 两种不同量测类型数据，基于灵敏度矩阵并采用误差传播理论来衡量量测误差传播至潮流误差的大小，选取合理的量测方程组。

2.2 基于灵敏度矩阵的节点量测数据误差传播分析

常规的潮流计算中，系统状态变量通常为节点电压幅值和电压相角，一般潮流计算方法如牛顿-拉夫逊法通过迭代求解不断逼近系统真实状态，求解系统潮流方程可以表示为式(12)。极坐标牛顿法线性化后的修正方程为式(13)，也可以进一步改写为式(14)。

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix} = 0 \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{U}} \\ \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{U}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta \mathbf{U} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta \mathbf{U} \end{bmatrix} \quad (14)$$

式(14)中雅可比矩阵中对应元素 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{N}$ 、 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{L}$ 通过式(4)中第 3、4 个方程按偏微分原理求得。因此，对于节点类型量测数据，节点量测误差灵敏度系数矩阵 $\mathbf{S}_{\text{bus}}$ 为

$$\mathbf{S}_{\text{bus}} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{P,\theta} & \mathbf{E}_{P,U} \\ \mathbf{E}_{Q,\theta} & \mathbf{E}_{Q,U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{U}} \\ \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{U}} \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中，矩阵中每个元素对应节点量测数据误差对潮流误差的传播因子，用于衡量量测误差在潮流计算中的放大程度。对于第 i 处节点量测数据(节点注入电流可转化为节点电压)，定义量测数据误差传播指标为

$$\eta_b^{(i)} = (E_{P,\theta}^{(i)})^2 + (E_{P,U}^{(i)})^2 + (E_{Q,\theta}^{(i)})^2 + (E_{Q,U}^{(i)})^2 \quad (16)$$

2.3 基于灵敏度矩阵的支路量测数据误差传播分析

针对支路量测数据的误差传播分析，首先将系统状态变量表达为支路电流幅值和电流相角的形式。采用如图 1 所示的基本回路进行分析。

图 1 中 $S_i = P_i + jQ_i$ ， $S_j = P_j + jQ_j$ 为节点注入功率；假设该支路两端的节点电压分别为 $\mathbf{U}_i^c = \mathbf{e}_i +$

$\mathrm{j}f_i$, $U_j^c = e_j + \mathrm{j}f_j$, 则此时支路电流可以表示为 $I_{ij} = I_l^{\mathrm{Re}} + \mathrm{j}I_l^{\mathrm{Im}} = I_l^{\mathrm{Re}} + \mathrm{j}I_l^{\mathrm{Im}}$, 下标 $i, j = 1, 2, \dots, N$ 为节点编号, $l = 1, 2, \dots, L$ 为支路编号。支路电流方程为

$$I_l(R_{ij} + \mathrm{j}X_{ij}) = U_i^c - U_j^c \quad (17)$$

将 R_{ij} 、 X_{ij} 下标中的节点编号改成支路编号 R_l 、 X_l , 并展开如式(18)所示。

$$\begin{cases} I_l^{\mathrm{Re}} R_l - I_l^{\mathrm{Im}} X_l - e_i + e_j = 0 \\ I_l^{\mathrm{Re}} X_l + I_l^{\mathrm{Im}} R_l - f_i + f_j = 0 \end{cases} \quad (18)$$

节点注入电流的通路为对地支路以及负荷支路, 可将负荷支路功率方程表示为

$$U_i^c = \frac{P_i - \mathrm{j}Q_i}{\sum_{l \in i} I_{l,i} - U_i^c \sum_{l \in i} (G_l + \mathrm{j}B_l)} \quad (19)$$

式中: $\sum_{l \in i} I_{l,i}$ 为与节点 i 关联所有支路电流, 即节点注入电流 $I_{\text{inject},i}$; $\sum_{l \in i} (G_l + \mathrm{j}B_l)$ 为与节点 i 关联所有支路对地导纳; $U_i^c \sum_{l \in i} (G_l + \mathrm{j}B_l)$ 为对地支路电流。因此 $\sum_{l \in i} I_{l,i} - U_i^c \sum_{l \in i} (G_l + \mathrm{j}B_l)$ 表示负荷支路中的电流, 展开可得:

$$P_i - \mathrm{j}Q_i = U_i^c I_{\text{inject},i}^* - U_i^c U_i^c \sum_{l \in i} (G_l + \mathrm{j}B_l) \quad (20)$$

进一步表达成复数形式为

$$\begin{aligned} P_i - \mathrm{j}Q_i &= (e_i - \mathrm{j}f_i)(I_{\text{inject},i}^{\mathrm{Re}} + \mathrm{j}I_{\text{inject},i}^{\mathrm{Im}}) - \\ &= (e_i^2 + f_i^2) \sum_{l \in i} (G_l + \mathrm{j}B_l) \end{aligned} \quad (21)$$

因此, 可以推导出:

$$\begin{cases} e_i I_{\text{inject},i}^{\mathrm{Re}} + f_i I_{\text{inject},i}^{\mathrm{Im}} - (e_i^2 + f_i^2) \sum_{l \in i} G_l = P_i \\ e_i I_{\text{inject},i}^{\mathrm{Im}} - f_i I_{\text{inject},i}^{\mathrm{Re}} - (e_i^2 + f_i^2) \sum_{l \in i} B_l = -Q_i \end{cases} \quad (22)$$

同理, 对于节点 j 也可以推导出相同形式的节点电压方程。通过式(18)和(22)得出节点电压回路电流混合分析方法。

用极坐标形式表示节点回路方程为:

$$P_i = U_i \cos \theta_i \sum_{l \in i} I_l \cos \phi_l + U_i \sin \theta_i \sum_{l \in i} I_l \sin \phi_l \quad (23)$$

$$Q_i = -U_i \cos \theta_i \sum_{l \in i} I_l \sin \phi_l + U_i \sin \theta_i \sum_{l \in i} I_l \cos \phi_l +$$

$$U_i^2 \sum_{l \in i} B_l \quad (24)$$

式中: U_i 、 θ_i 分别为节点 i 的电压幅值和电压相角; I_l 、 ϕ_l 分别为支路 l 的电流幅值和电流相角。进一步

可以表示为

$$\begin{cases} U_i \sum_{l \in i} I_l \cos(\phi_l - \theta_i) = P_i \\ U_i \sum_{l \in i} I_l \sin(\phi_l - \theta_i) - U_i^2 \sum_{l \in i} B_l = -Q_i \end{cases} \quad (25)$$

其中, 回路电流可以通过式(26)来描述。

$$\begin{cases} I_l \cos \phi_l R_l - I_l \sin \phi_l X_l - U_i \cos \theta_i + U_j \cos \theta_j = 0 \\ I_l \cos \phi_l X_l + I_l \sin \phi_l R_l - U_i \sin \theta_i + U_j \sin \theta_j = 0 \end{cases} \quad (26)$$

将式(25)和(26)线性化表示为

$$\begin{bmatrix} \Delta E \\ \Delta S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \\ K_3 & K_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta C \\ \Delta D \end{bmatrix} \quad (27)$$

式中: ΔE 为回路电压偏差向量; ΔS 为节点注入功率偏差向量; ΔC 为回路电流偏差向量; ΔD 为节点电压偏差向量。

在 n 个节点 b 条支路的电力系统中, 式(25)中的 K_1 为阶数为 $2b \times 2b$ 的分块对角矩阵, 其中包含元素为

$$\begin{bmatrix} R_l \cos \phi_l - X_l \sin \phi_l & -R_l I_l \sin \phi_l - X_l I_l \cos \phi_l \\ X_l \cos \phi_l + R_l \sin \phi_l & R_l I_l \cos \phi_l - X_l I_l \sin \phi_l \end{bmatrix} \quad (28)$$

K_2 为阶数为 $2b \times 2n$ 的矩阵, 结构为节点支路关联矩阵的转置, 其中包含元素为

$$\begin{bmatrix} \sum_{l \in i} I_l \cos(\phi_l - \theta_i) & U_i \sum_{l \in i} I_l \sin(\phi_l - \theta_i) \\ \sum_{l \in i} I_l \sin(\phi_l - \theta_i) - 2U_i \sum_{l \in i} B_l & -U_i \sum_{l \in i} I_l \cos(\phi_l - \theta_i) \end{bmatrix} \quad (29)$$

K_3 是阶数为 $2n \times 2b$ 的矩阵, 结构与节点支路关联矩阵相同, 其中包含元素为

$$\begin{bmatrix} U_i \cos(\phi_l - \theta_i) & -U_i I_l \sin(\phi_l - \theta_i) \\ U_i \sin(\phi_l - \theta_i) & U_i I_l \cos(\phi_l - \theta_i) \end{bmatrix} \quad (30)$$

K_4 是阶数为 $2n \times 2n$ 对角矩阵, 包含元素为

$$\begin{bmatrix} -\cos \theta_i & U_i \sin \theta_i \\ -\sin \theta_i & -U_i \cos \theta_i \end{bmatrix} \quad (31)$$

将式(27)展开可得:

$$\begin{cases} \Delta E = K_1 \Delta C + K_2 \Delta D \\ \Delta S = K_3 \Delta C + K_4 \Delta D \end{cases} \quad (32)$$

由式(32)可将节点电压偏差向量表示为

$$\Delta D = K_4^{-1} (\Delta S - K_3 \Delta C) \quad (33)$$

代入式(32)可将回路电压偏差向量表示为

$$\Delta E = (K_1 - K_2 K_4^{-1} K_3) \Delta C + K_2 K_4^{-1} \Delta S \quad (34)$$

由基尔霍夫电压定律, $\Delta E = 0$, 因此可得到:

$$\Delta C = -(K_1 - K_2 K_4^{-1} K_3)^{-1} K_2 K_4^{-1} \Delta S \quad (35)$$

进一步, 可以推导出:

$$\Delta S = -K_4 K_2^\dagger (K_1 - K_2 K_4^{-1} K_3) \Delta C \quad (36)$$

$$\begin{cases} \Delta S = [\Delta P \ \Delta Q]^T \\ \Delta C = [\Delta I \ \Delta \phi]^T \\ T = -K_4 K_2^\dagger (K_1 - K_2 K_4^{-1} K_3) = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 \\ T_3 & T_4 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (37)$$

因此, 可表达出功率变化关于支路电流相量的灵敏度为

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 \\ T_3 & T_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I \\ \Delta \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial I} & \frac{\partial P}{\partial \phi} \\ \frac{\partial Q}{\partial I} & \frac{\partial Q}{\partial \phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I \\ \Delta \phi \end{bmatrix} \quad (38)$$

对于支路类型量测数据, 支路量测误差灵敏度系数矩阵 S_{branch} 为

$$S_{\text{branch}} = \begin{bmatrix} E_{P,I} & E_{P,\phi} \\ E_{Q,I} & E_{Q,\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial I} & \frac{\partial P}{\partial \phi} \\ \frac{\partial Q}{\partial I} & \frac{\partial Q}{\partial \phi} \end{bmatrix} \quad (39)$$

其中, 矩阵中每个元素对应支路量测数据误差对潮流误差的传播因子, 用于衡量量测误差在潮流计算中的放大程度。对于第 i 处支路量测数据, 定义量测数据误差传播指标为

$$\eta_i^{(i)} = (E_{P,\phi}^{(i)})^2 + (E_{P,I}^{(i)})^2 + (E_{Q,\phi}^{(i)})^2 + (E_{Q,I}^{(i)})^2 \quad (40)$$

2.4 抑制量测数据误差的线性潮流计算流程

通过上述步骤, 在分别得到衡量节点类型量测数据误差传播大小的指标 η_b 与衡量支路类型量测数据误差传播大小的指标 η_l 之后, 需要从中选取 n 个满足系统状态可解的复数量测方程用于线性潮流计算。所提选取方案的优化目标是尽可能抑制量测数据的误差传播到潮流结果中, 每个量测数据的误差传播指标由 2.3 节指标 η 衡量。优化问题具体可用式(41)进行描述, 其中对应的潮流可解性与式(10)相同。

$$\begin{cases} \min \eta_{\text{error}} = \sum_{i=1}^m K_i \eta^{(i)} \\ \text{s.t. } \sum_{i=1}^m K_i = n, K_i = 0-1, i=1, 2, \dots, m \\ K_{\text{branch}_i^1} + K_{\text{branch}_i^2} \geq 1, i=1, 2, \dots, b \\ K_i + K_{n+2b+i} + \sum_{i \in \Omega_i} K_{n+i} + \sum_{i \in \Omega_i} K_{n+b+i} \geq 1, \\ i=1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (41)$$

求解上述优化问题后, K 中取值为 1 的元素对应量测数据构成量测向量 Z_{select}^c , 所对应的量测方程构成矩阵 A_{select}^c , 因此可以构建出线性潮流计算

方程为

$$Z_{\text{select}}^c = A_{\text{select}}^c U^c \quad (42)$$

潮流计算结果可表示为

$$U^c = (A_{\text{select}}^c)^{-1} Z_{\text{select}}^c \quad (43)$$

综上所述, 本文提出的基于 PMU 量测数据的在线潮流抗差计算方法的整体流程如图 2 所示, 具体步骤如下:

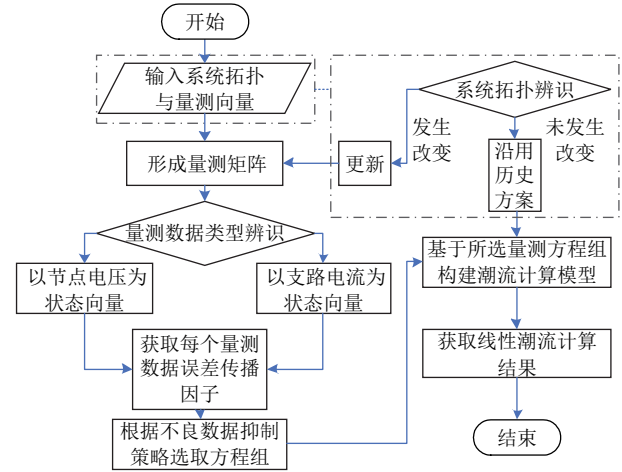


图 2 PMU 线性潮流算法流程图

Fig. 2 Flowchart of the PMU-based linear power flow algorithm

1) 系统拓扑结构与量测数据采集, 根据式(8)构建系统量测矩阵初始化模型;

2) 量测数据分类处理, 针对节点量测与支路量测的物理特性差异, 分别采用节点电压和支路电流作为系统状态向量进行分析, 根据式(16)和(40)得到每个量测数据的误差传播因子;

3) 以量测数据误差传播最小为目标, 制定不良数据抑制策略进行方程选取, 根据所选量测方程组构建线性潮流计算模型;

4) 当系统拓扑未发生变化时, 沿用历史选取的方案即可, 若系统拓扑发生变化, 需重新输入系统拓扑更新量测矩阵。

3 仿真实验

为验证本文所提方法能够兼顾潮流计算的准确性和实时性, 以及抑制量测数据误差传播至潮流结果的有效性, 本文首先基于 IEEE 39 节点系统进行仿真分析, 系统拓扑图如图 3 所示。

本研究在 Intel Core i7-10700 处理器环境下, 使用 MATLAB R2022b 进行仿真实验。在 IEEE 39 节点系统中, 使用风机替代节点 31 处部署的普通发电机, 设置与节点 9 相连接的出线在 4s 时刻发

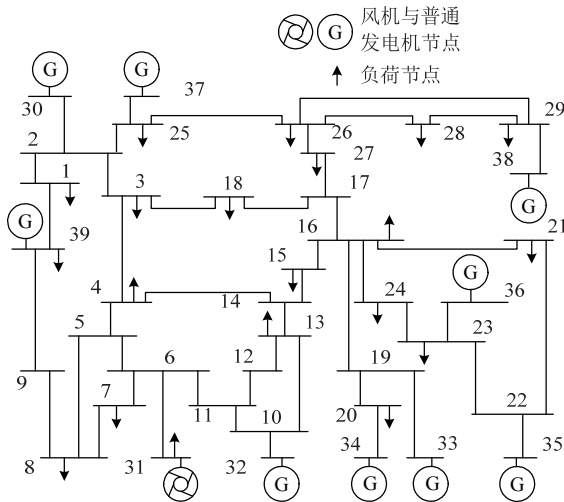


图 3 IEEE 39 节点系统拓扑图

Fig. 3 Topology diagram of the IEEE 39-node system

生三相短路故障，4.15 s 故障清除，仿真步长为 10 ms，与 PMU 采样周期相同，仿真共持续 10 s。

通过 PSAT 求解后的系统真实值添加如表 1 所示的高斯量测噪声作为量测数据，系统中所有节点均能获取 PMU 量测数据进行后续分析。

表 1 PMU 量测数据标准差

标准差	PMU 电压量测		PMU 电流量测	
	幅值/%	相角/(°)	幅值/%	相角/(°)
正常数据	0.3	0.4	0.4	0.7
不良数据	3	4	4	7

3.1 线性潮流计算方法有效性验证

为验证所提方法在准确性、实时性方面的基础性能，并服务于后续算法抗差性验证，本研究选取了以下具有代表性的潮流算法进行对比分析：方法 1，基于忽略支路电阻与电纳的直流潮流模型^[11]的近似潮流计算方法；方法 2，常规牛顿-拉夫逊法^[5]；方法 3，文献[18]所提的概率误差线性潮流计算方法；方法 4，本文所提方法。表 2 为 4 种潮流算法以及状态估计步骤求解 10 s 内 1 000 个断面潮流的执行时间。

如表 2 所示，常规牛顿-拉夫逊法求解 1 000 个断面潮流总耗时为 689 s，并且需要经过前置步骤状态估计^[25]进行量测数据预处理，平均求解 1 个断面需耗时 706.5 ms，远大于 PMU 量测数据的采集频率。而直流潮流方法虽然计算效率较高，但是仍需要通过状态估计预处理量测数据，当系统运行工况较为复杂时，状态估计的耗时问题将会显著制约潮流计算实时性。

表 2 4 种潮流算法及状态估计步骤执行时间

Table 2 Execution time of four power flow algorithms and state estimation steps	
潮流算法	1 000 个断面总耗时/s
直流潮流	0.915
常规牛拉法	689.137
概率误差法	0.11
所提方法	0.095
状态估计	17.429

此外，直流潮流方法对潮流模型进行简化，求解得到的潮流结果误差较大，将在下文中进行详细分析。相比之下，概率误差方法与本文所提方法这两种线性潮流计算方法平均每个断面求解时间小于 1 ms，能够满足新型电力调度体系下的在线实时分析的需求。

进一步分析 4 种潮流算法所得结果的准确性。图 4、5 为节点 7 的电压幅值与电压相角计算结果，由于常规牛顿-拉夫逊法计算效率无法满足在线实时分析需求，因此图 4、5 中常规牛拉法的更新频

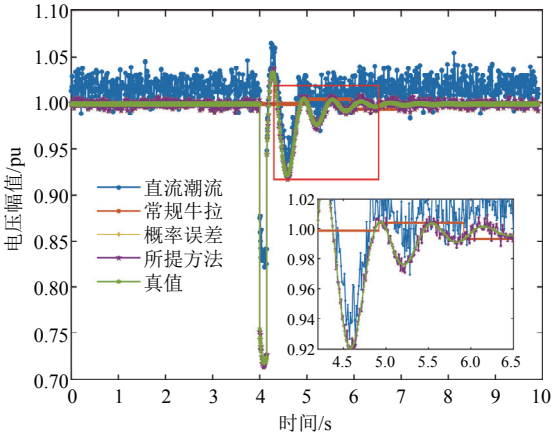


图 4 节点 7 电压幅值

Fig. 4 Voltage magnitude at node 7

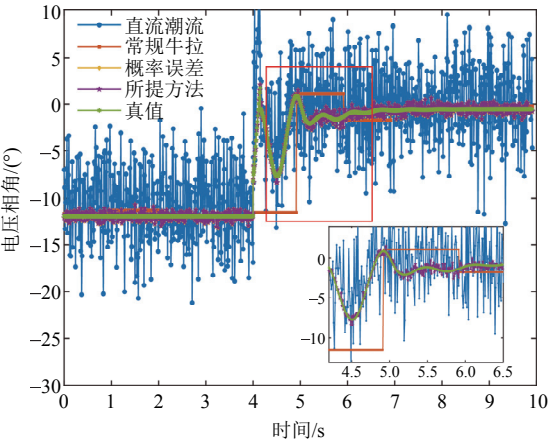


图 5 节点 7 电压相角

Fig. 5 Voltage phase angle at node 7

率为秒级，通过折线图进行表示。但为方便对比，每个断面的离线分析结果见表 3。

表 3 4 种潮流算法评价指标对比

Table 3 Comparison of evaluation metrics for the four power flow algorithms

潮流算法	M_{AE}		R_{MSE}	
	电压幅值/ (10^{-4} /pu)	电压 相角/(°)	电压幅值/ (10^{-4} /pu)	电压 相角/(°)
直流潮流	122.5	1.582	167.1	1.824
常规牛拉法	19.55	0.394	58.47	0.531
概率误差法	21.24	0.275	27.49	0.358
所提方法	21.36	0.276	27.56	0.361

从图 4 可以看出，表示直流潮流计算结果的蓝色曲线和表示常规的牛顿-拉夫逊法计算结果的橙色折线与系统真实状态呈现更大偏差，概率误差方法与本文所提方法的计算结果波动较小，且更加接近系统真实状态。秒级更新的常规牛顿-拉夫逊法在系统处于稳态时效果所受影响较小，但当系统出现波动的情况下难以及时捕捉到系统真实状态，呈现出较大偏差。

对全网 39 个节点电压幅值和相角进行定量分析，定义全网电压误差如式(44)所示。

$$U_{\text{error}} = \sum_{i=1}^n |U_i^{\text{pf}} \times \exp(j \times \theta_i^{\text{pf}}) - U_i^t \times \exp(j \times \theta_i^t)| \quad (44)$$

式中： U_i^{pf} 和 θ_i^{pf} 为潮流计算结果的电压幅值与电压相角； U_i^t 和 θ_i^t 为系统真实状态。

图 6 为 4 种潮流算法求得的所有断面中全网电压误差的分布情况，如图所示，直流潮流方法的电压误差主要分布在 0.8~1.5；常规牛顿-拉夫逊法的电压误差主要分布在 0.05~0.5，并且两种方法的误差分布较为分散；概率误差及本文所提方法误差主要集中在分布在 0.1~0.2。

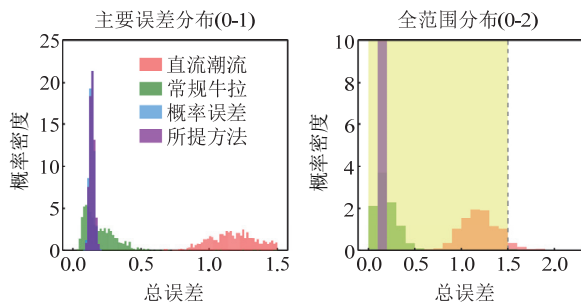


图 6 4 种潮流算法电压误差分布情况

Fig. 6 Voltage error distribution of the four power flow algorithms

为量化评估不同潮流算法的计算精度，引入平均绝对值(mean absolute error, MAE) M_{AE} 与均方根

误差(root mean square error, RMSE) R_{MSE} 对电压幅值与电压相角进行评估，式(45)中 x_i^{pf} 为潮流计算结果， x_i^t 为系统真实状态。具体评估结果如表 3 所示。直流潮流算法对潮流模型进行简化，计算结果与系统真实状态存在较大误差；常规牛顿-拉夫逊法在满足算法收敛时计算精度较高，但由于其计算效率较低，在系统发生波动时无法及时捕捉真实状态，因此离群值会显著拉高 R_{MSE} 。概率误差法以及所提方法的计算结果与系统真实状态的误差较小，且两种方法属于同一误差水平。

$$\begin{cases} M_{AE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i^{\text{pf}} - x_i^t| \\ R_{MSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i^{\text{pf}} - x_i^t)^2} \end{cases} \quad (45)$$

本节分别对 4 种不同潮流计算进行对比，可知直流潮流法对潮流计算模型进行简化，虽然能够提升计算效率，但是计算结果存在较大误差；而常规牛顿-拉夫逊法采用非线性方程进行迭代求解，虽然能够达到较高计算精度，但计算复杂度较高，在系统出现波动时无法及时准确地跟踪系统真实状态。

3.2 量测方程选取策略对比

3.1 节中两类常规潮流算法均无法同时兼顾潮流计算实时性与结果准确性，使用线性潮流模型的计算结果能够在保证计算准确性的前提下大幅提高计算实时性。因此，本节进一步基于所提线性潮流计算模型，结合 4 种不同的量测方程选取原则进行对比，以此验证本文所提误差抑制策略的有效性。

首先对所提方法中的量测方程可选择性进行分析，本文算例采用 IEEE 39 节点系统进行仿真分析，系统状态向量为 39 个节点的电压相量，共需要选取 39 个量测方程及其对应的量测数据进行线性潮流计算。采用 4 种不同选取情况的量测方程组合进行对比，方法 1：满足潮流可解约束的随机一组量测方程组合；方法 2：基于 PMU 节点电压相量量测的直接量测方程组合；方法 3：基于 PMU 量测误差分布模型的概率误差量测方程组合；方法 4：本文所提考虑误差抑制策略的量测方程组合。具体情况见表 4。

图 7 和 8 为 4 种线性潮流算法解得的节点 38 的电压幅值与电压相角结果。定量分析全网电压幅值和电压相角，具体评估指标如表 5 所示。由表中可以看出，通过随机选取满足潮流可解约束的方程

表 4 4 种线性算法量测方程选取情况
Table 4 Measurement equation selection for four linear power flow algorithms

量测方程类型 及其对应测点	随机 选取	直接 潮流	概率 误差法	所提 方法
节点 电压	1,2,3,4,5,6,		1,3,4,7,8,12, 15,16,18,20,	1,3,4,7,8,9,12, 15, 16,18,20,21,
	8,9,10,13,	1-39	21,23,25,27,	23,25, 26,27,
	15,16,17		28,29,30,31, 32,33,35,39	28,30,31,32,33, 35,38
节点 注入电流	7,11,12,14,18,		2,5,6,10,11,	2,5,6,10,11,
	19,20,21,22,23,24,		13,14,17,19,	13,14,17,
	25,26,27,28,29,	\	22,26,34,36,	19,22,34
支路正向电流	30,31,32,33,34,		37	
	35,36,37,38,39			
	\	\	17	\
支路反向电流	\	\	29,46	17,29,39,41,45

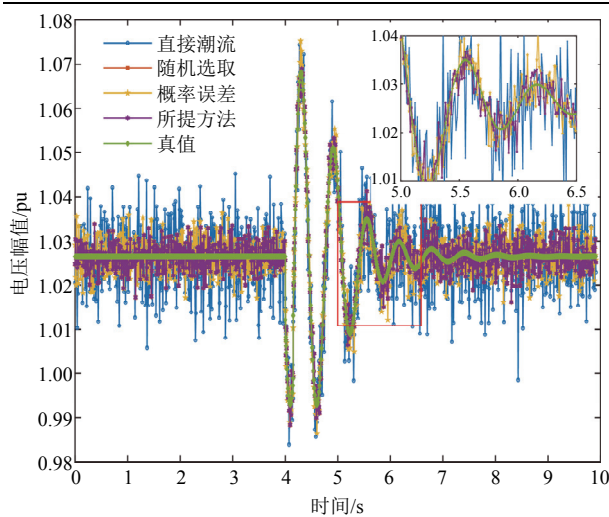


图 7 节点 38 电压幅值
Fig. 7 Voltage magnitude at node 38

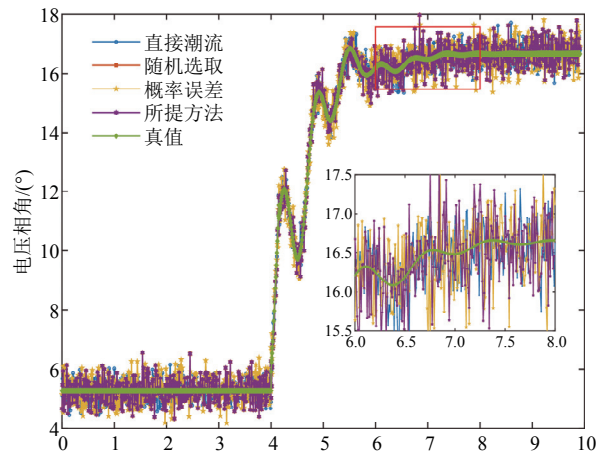


图 8 节点 38 电压相角
Fig. 8 Voltage phase angle at node 38

表 5 方程选取有效性对比
Table 5 Comparison of equation selection effectiveness

潮流算法	M_{AE}		R_{MSE}	
	电压幅值/ (10^{-4} /pu)	电压 相角/(°)	电压幅值/ (10^{-4} /pu)	电压 相角/(°)
随机选取	26.84	0.294	35.22	0.371
直接潮流	23.89	0.319	29.96	0.399
概率误差法	21.24	0.275	27.49	0.358
所提方法	21.36	0.276	27.56	0.361

组合所得潮流计算结果误差最大；直接基于节点电压相量量测的直接潮流结果误差大于概率误差方法以及所提方法；概率误差方法在量测数据中未出现不良数据时略优于所提方法，但二者误差属于同一水平。

综合对比表 5 中的潮流计算结果准确性，选取性能较好的概率误差方法与所提方法进一步开展抗差性分析，以验证本文所提不良数据抑制策略的有效性。

3.3 误差抑制策略有效性验证

本算例中共有 39 个节点及 46 条支路，能获得的量测数据及其对应量测方程共有 170 个，根据潮流可解性约束，至少从中选取 39 个量测方程进行系统状态求解。

为更好比较概率误差方法与所提方法在量测方程选取上的差异，将两种方法的量测方程选取情况绘制见图 9。图中，量测方程编号 1-39 为节点电压方程，40-85 为支路正向电流方程，86-131 为支路反向电流方程，132-170 为节点注入电流方程。图中选取情况标记为 1 表示选用该量测方程及其对应的量测数据进行潮流计算，标记为 0 表示未选取。结合表 4 及图 9，两种方法共同选取的量测方程数为 32 个。

根据不同的量测方程选取策略，概率误差方法单独选取的量测方程包括：节点电压 29、39；节点注入电流 26、36、37；支路正向电流 17；支路反向电流 46；所提方法单独选取的量测方程包括：节点电压 9、26、38；支路反向电流 17、39、41、45。

为评估概率误差方法与本文所提方法的抗差性能，本文设计 4 种不良数据测试情况，覆盖概率误差方法以及本文所提方法的各自选取的 7 处不同量测方程，不良数据标准差如表 1 所示。

不良数据测试情况如表 6 所示，为方便表述，将概率误差方法记为法 1，本文所提方法记为法 2。不良数据情况具体为，情况 1(节点量测不良)：在

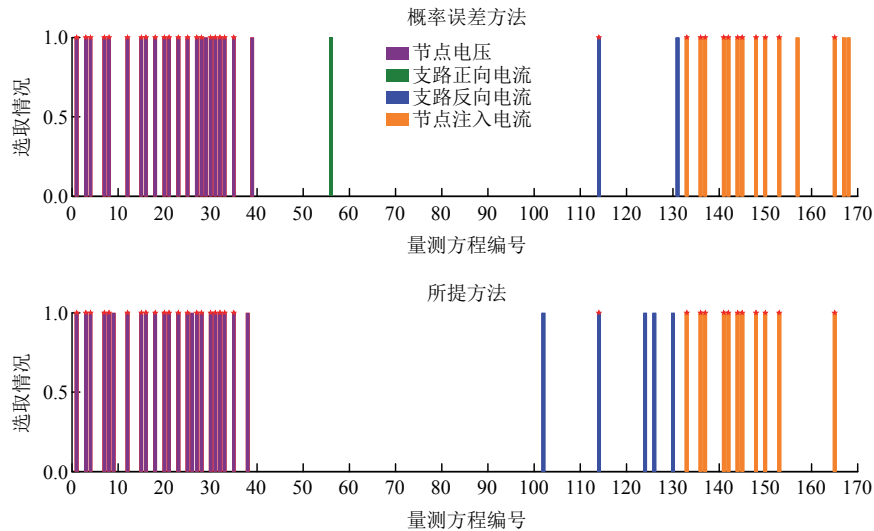


图 9 量测方程选取情况对比

Fig. 9 Comparison of measurement equation selection scenarios

表 6 不良数据情况设置

Table 6 Bad data scenario settings

量测方程类型及其对应测点	情况 1		情况 2		情况 3		情况 4	
	法 1	法 2	法 1	法 2	法 1	法 2	法 1	法 2
节点电压	29,39	9,26	\	\	39	26,38	29,39	9,26,38
节点注入电流	\	\	\	\	37	\	26,36,37	\
支路正向电流	\	\	17	\	17	\	17	\
支路反向电流	\	\	46	17,45	46	17,45	46	17,39,41,45

法 1 与 2 中，节点电压量测数据中均出现 2 处不良数据；情况 2(支路量测不良)：在法 1 与 2 中，支路电流量测数据中均出现 2 处不良数据；情况 3(混合量测不良)：在法 1 与法 2 中均出现 4 处不良数据，具体为节点量测数据 2 处与支路量测数据 2 处；情况 4(极端不良)：在法 1 与 2 中，各自单独选取的 7 处量测数据中均出现不良数据。

上述测试场景从局部不良数据到极端不良数据，评估了两种方法在不同不良数据分布下的抗差性能。场景 1 和 2 分别针对节点类型和支路类型量测，验证方法对单一类型不良数据的抗差性；场景 3 模拟混合不良数据情况，考察所提方法对复杂不良数据污染的适应能力；场景 4 作为极端测试，评估方法在不可靠量测数据下的稳定性。

图 10 展示了未出现不良数据与出现不良数据情况 1、2、4 的比较结果，可以看出，在未出现不良数据时使用概率误差方法所得的潮流计算结果较为准确，具体指标可见表 5。当出现不良数据之后，所提算法误差分布集中于较小区域，计算结果更接近于系统真实状态，算法抗差性较优，具体指标可见表 7。

这一现象的原因在于，概率误差方法认为所有量测点的数据误差均处于同一分布水平，然而，实际系统中由于各种原因，出现不良数据的具体设备以及出现时段是未知的，具有不确定性。所提算法考虑了所有量测点可能传播至潮流结果的误差大小，在未成功辨识出不良数据所属测点以及时间段时，能够有效抑制量测数据的误差传播，具有良好的抗差性。

3.4 大规模系统性能验证

为对比不同潮流计算方法的计算效率，说明本文所提线性潮流计算方法具有较高的计算实时性，仅采用 IEEE 39 节点系统进行验证是不充分的，进一步采用 IEEE 14、57、118、300 节点系统以及广东 500kV 输电网的案例进行潮流计算时间测试。统计常规潮流计算方法与本文所提线性潮流算法执行一次潮流计算的时间，结果见表 8，所有算法均未使用稀疏技术。如表 8 所示，所提线性潮流计算方法相较于需要迭代求解的常规牛拉法具有更好的计算实时性，能够满足新型电力系统在线态势感知的应用需求。

图 11 为广东电网的拓扑关系图，广东电网由

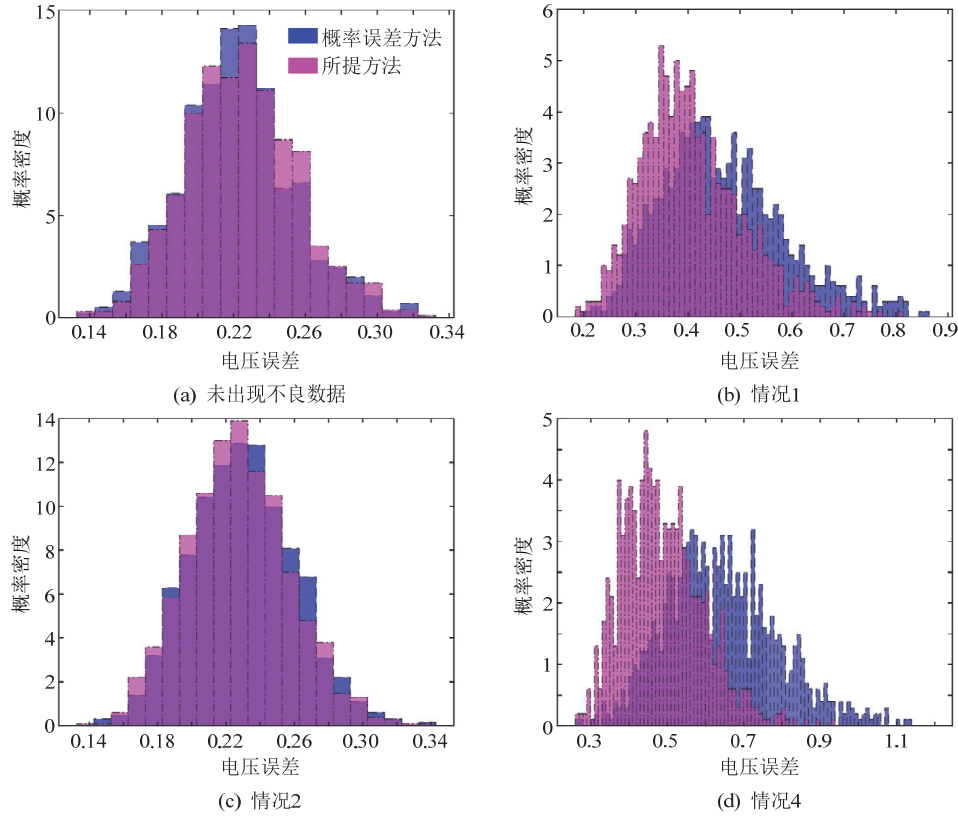


图 10 不同情况抗差性对比

Fig. 10 Comparison of robustness under different scenarios

表 7 不同情况抗差性对比

Table 7 Comparison of robustness under different scenarios

潮流算法	M_{AE}		R_{MSE}	
	电压幅值/ ($10^{-4}/pu$)	电压 相角/(°)	电压幅值/ ($10^{-4}/pu$)	电压 相角/(°)
出现不良数据情况 1				
概率误差法	44.59	0.579	103.4	1.346
所提方法	38.07	0.504	87.92	1.192
出现不良数据情况 2				
概率误差法	23.84	0.282	36.82	0.464
所提方法	22.19	0.282	29.43	0.373
出现不良数据情况 3				
概率误差法	37.79	0.434	83.06	1.034
所提方法	33.43	0.428	74.24	0.976
出现不良数据情况 4				
概率误差法	53.09	0.797	118.2	1.800
所提方法	49.88	0.569	106.4	1.321

83 个等效节点和 97 条等效线路组成，拓扑图以国家电网有限公司用于仿真计算的 BPA 数据为基础。

为验证本文所提方法在实际大规模电力系统中的有效性，以广东 500 kV 输电网为案例进行潮流计算准确性以及抗差性分析。选取的测试场景为：11 节点在 3.8 s 发生故障，5.5 s 故障恢复，波及到 64-11 与 11-53 两条支路，一共选取 10 s 的暂态过

程进行分析。

表 8 不同系统规模下各种潮流算法执行时间

Table 8 Execution time of various power flow algorithms under different system scales

系统	所提线性方法	直流潮流法	常规牛拉法
IEEE 14/ms	<0.1	0.3	78.6
IEEE 39/ms	0.1	0.9	689.1
IEEE 57/ms	0.3	1.2	1 092.6
IEEE 118/ms	1.0	2.5	5 262.5
IEEE 300/ms	6.4	10.9	46 790.8
广东电网/ms	0.5	1.4	3 766.9

如表 9 所示，本文所提方法相较于简化潮流计算模型的直流潮流算法具有更好的计算准确性。当系统量测中未出现不良数据时，所提方法与概率误差方法的计算准确性处于同一水平。

为进一步验证所提不良数据抑制策略能够提升算法的抗差性，在广东电网中设置量测不良数据具体情况为：17 与 40 节点的电压量测；39 节点的注入电流量测；74 支路的正向支路电流量测；21 与 97 支路的反向支路电流量测。根据两种方法不同的量测方程选取策略，每种方法选取的量测信息中均出现 4 处不良数据。如表 10 所示，当系统中出现不良数据时所提方法具有更好的抗差性能。

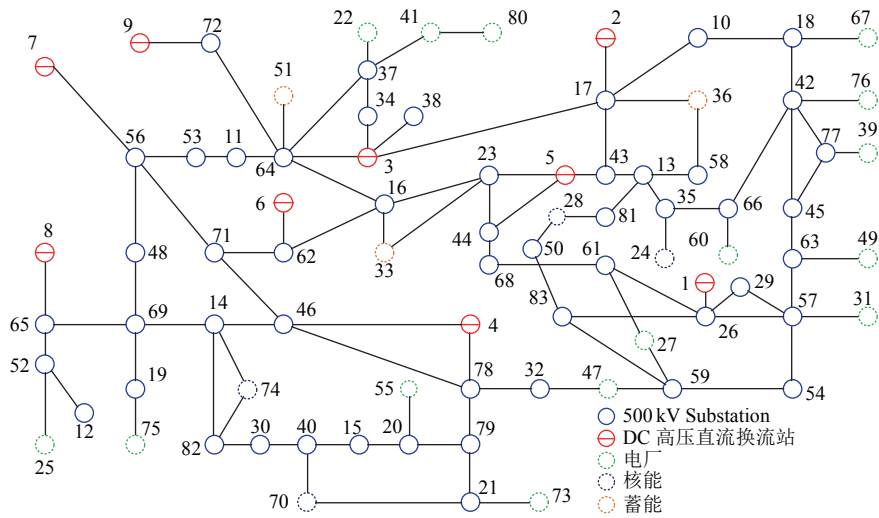


图 11 中国南方电网广东 83 节点系统结构图

Fig. 11 Structure diagram of the 83-node system of Guangdong in China Southern Power Grid

表 9 不同方法计算准确性对比

Table 9 Comparison of accuracy calculation using different methods

潮流算法	M_{AE}		R_{MSE}	
	电压幅值/ (10^{-4} /pu)	电压 相角/(°)	电压幅值/ (10^{-4} /pu)	电压 相角/(°)
直流潮流法	45.10	1.857	84.13	14.43
概率误差法	23.49	0.432	29.60	6.614
所提方法	24.02	0.435	30.01	6.495

表 10 不同方法计算抗差性对比

Table 10 Comparison of robustness calculation using different methods

潮流算法	M_{AE}		R_{MSE}	
	电压幅值/ (10^{-4} /pu)	电压相角/(°)	电压幅值/ (10^{-4} /pu)	电压相角/(°)
直流潮流法	45.44	1.908	84.25	14.79
概率误差法	24.54	0.558	32.07	8.289
所提方法	23.94	0.447	29.97	6.845

4 结论

为实现对电力系统的准确实时状态感知，本文突破“状态估计-调度员潮流”串行处理模式，提出一种基于 PMU 量测数据的在线潮流抗差计算方法，在不良数据所属测点和具体时段尚未被成功辨识的情况下，该方法能够有效抑制不良数据对潮流结果的影响，基于 IEEE 39 节点系统与电网广东 500 kV 输电网进行分析验证，得出如下结论：

1) 采用基于全 PMU 数据的线性潮流计算方法不受传统非线性潮流计算中节点类型的限制，能够充分利用 PMU 提供的冗余量测信息，同时避免了非线性算法中的迭代求解过程，并且由于该模型并

不是对模型的简化处理，可以兼顾潮流计算实时性与准确性。

2) 针对 PMU 节点与支路两种不同的量测数据类型，分别使用节点电压和支路电流作为系统状态向量，通过误差传播因子衡量量测数据误差对潮流结果的影响，为后续量测方程及其对应数据的选取提供依据。

3) 基于上述指标，以最小化误差传播为目标，以潮流可解为约束，制定不良数据抑制策略，并构建线性潮流计算模型。在不良数据尚未被成功辨识的情况下，该方法能够有效抑制量测数据误差传播至潮流结果。

由于系统暂态突变的持续时间较短，通常情况下仅需要在系统拓扑变化或长时间运行方式调整时重新选取方程，如何确定系统在不同状态下量测方程的最优选取是后续的研究工作之一。

参考文献

[1] 国网能源研究院有限公司. 中国能源电力发展展望-2020[M]. 北京: 中国电力出版社, 2020.
State Grid Energy Research Institute Co., Ltd. China energy & electricity outlook-2020[M]. Beijing: China Electric Power Press, 2020(in Chinese).
[2] 张智刚, 康重庆. 碳中和目标下构建新型电力系统的挑战与展望[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(8): 2806-2818.
ZHANG Zhigang, KANG Chongqing. Challenges and prospects for constructing the new-type power system towards a carbon neutrality future[J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(8): 2806-2818(in Chinese).
[3] 韩英铎, 陆超, 宋文超, 等. 电力系统在线安全稳定计

- 算分析技术综述与展望[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(17): 6733-6760.
- HAN Yingduo, LU Chao, SONG Wenchao, et al. Review and prospects of online calculation and analysis techniques for power system security and stability [J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(17): 6733-6760(in Chinese).
- [4] 李明节, 陶洪铸, 许洪强, 等. 电网调控领域人工智能技术框架与应用展望[J]. 电网技术, 2020, 44(2): 393-400.
- LI Mingjie, TAO Hongzhu, XU Hongqiang, et al. The technical framework and application prospect of artificial intelligence application in the field of power grid dispatching and control[J]. Power System Technology, 2020, 44(2): 393-400(in Chinese).
- [5] TINNEY W F, HART C E. Power flow solution by newton's method[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1967, PAS-86(11): 1449-1460.
- [6] 孙秋野, 陈会敏, 杨家农, 等. 牛顿类潮流计算方法的收敛性分析[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(13): 2196-2200.
- SUN Qiuye, CHEN Huimin, YANG Jianong, et al. Analysis on convergence of newton-like power flow algorithm[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(13): 2196-2200(in Chinese).
- [7] TOSTADO M, KAMEL S, JURADO F. Developed newton-raphson based predictor-corrector load flow approach with high convergence rate[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2019, 105, 785-792.
- [8] TOSTADO-VÉLIZ M, KAMEL S, JURADO F. Development of combined Runge-Kutta Broyden's load flow approach for well- and ill-conditioned power systems[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2018, 12(21): 5723-5729.
- [9] LAGACE P J, VUONG M H, KAMWA I. Improving power flow convergence by newton raphson with a Levenberg-Marquardt method[C]//2008 IEEE Power and Energy Society General Meeting - Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century. Pittsburgh: IEEE, 2008: 1-6.
- [10] TANG Kunjie, DONG Shufeng, SHEN Jie, et al. A robust and efficient two-stage algorithm for power flow calculation of large-scale systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(6): 5012-5022.
- [11] 张伯明, 陈寿孙, 严正. 高等电力网络分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.
- ZHANG Boming, CHEN Shousun, YAN Zheng. Advanced power network analysis[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007(in Chinese).
- [12] YANG Jingwei, ZHANG Ning, KANG Chongqing, et al. A state-independent linear power flow model with accurate estimation of voltage magnitude[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(5): 3607-3617.
- [13] LI Zhigang, YU Jinyu, WU Q H. Approximate linear power flow using logarithmic transform of voltage magnitudes with reactive power and transmission loss consideration[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(4): 4593-4603.
- [14] 卫志农, 张清松, 赵静波, 等. 电力系统线性化模型研究综述与改进[J]. 电网技术, 2017, 41(9): 2919-2927.
- WEI Zhinong, ZHANG Qingsong, ZHAO Jingbo, et al. Review and improvement of power system linearization models[J]. Power System Technology, 2017, 41(9): 2919-2927 (in Chinese).
- [15] 樊哲新, 杨知方, 冯楠, 等. 潮流方程线性化误差分析及最优状态空间选取[J]. 电力系统自动化, 2020, 44(1): 109-117.
- FAN Zhixin, YANG Zhifang, FENG Nan, et al. Error analysis and optimal state space selection of linear power flow equation[J]. Automation of Electric Power Systems, 2020, 44(1): 109-117(in Chinese).
- [16] FAN Zhixin, YANG Zhifang, YU Juan, et al. Minimize linearization error of power flow model based on optimal selection of variable space[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2021, 36(2): 1130-1140.
- [17] JONES K D, THORP J S, GARDNER R M. Three-phase linear state estimation using phasor measurements[C]//2013 IEEE Power & Energy Society General Meeting. Vancouver: IEEE, 2013: 1-5.
- [18] SONG Wenchao, LIN Junjie, HE Jingbo, et al. PMU-based online real-time linear power flow calculation method with minimizing probability errors[J]. CSEE Journal of Power and Energy Systems, 2025: 1-12.
- [19] REN Jinfeng. Synchrophasor measurement using substation intelligent electronic devices: algorithms and test methodology[D]. Texas: Texas A&M University, 2011.
- [20] 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局, 中国国家标准化管理委员会. 电力系统同步相量测量装置检测规范: GB/T 26862-2011[S]. 北京: 中国标准出版社, 2011.
- General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China, Standardization Administration of the People's Republic of China. Test specification for synchrophasor measurement unit for power systems: GB/T 26862-2011[S]. Beijing: Standards Press of China, 2011 (in Chinese).
- [21] 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局, 中国国家标准化管理委员会. 电力系统实时动态监测主站技术规范: GB/T 28815-2012[S]. 北京: 中国标准出版社, 2013.

- General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China, Standardization Administration of the People's Republic of China. Specification for master station of real-time dynamics monitoring system for power systems: GB/T 28815-2012[S]. Beijing: Standards Press of China, 2013 (in Chinese).
- [22] 杨玉泽, 刘文霞, 李承泽, 等. 面向电力 SCADA 系统的 FDIA 检测方法综述[J]. 中国电机工程学报, 2023, 43(22): 8602-8621.
YANG Yuze, LIU Wenxia, LI Chengze, et al. Review of FDIA detection methods for electric power SCADA system[J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(22): 8602-8621(in Chinese).
- [23] 王承民, 蒋传文. 基于支路电流状态变量的灵敏度分析方法研究[J]. 电工技术学报, 2006, 21(1): 42-46.
WANG Chengmin, JIANG Chuanwen. Research on sensitivity analysis method based on line current variable [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2006, 21(1): 42-46(in Chinese).
- [24] 赵红嘎, 薛禹胜, 汪德星, 等. 计及 PMU 支路电流相量的状态估计模型[J]. 电力系统自动化, 2004, 28(17): 37-40.
ZHAO Hongga, XUE Yusheng, WANG Dexing, et al. State estimation model with PMU current phasor measurements[J]. Automation of Electric Power Systems, 2004, 28(17): 37-40(in Chinese).
- [25] 程云峰, 陆超. 复数域加权最小二乘法在相量量测状态估计中的应用[J]. 电网技术, 2014, 38(3): 700-706.
CHENG Yunfeng, LU Chao. Application of complex field weighted least square algorithm in phasor measurement state estimation[J]. Power System Technology, 2014, 38(3): 700-706(in Chinese).
- [26] SONG Wenchao, HE Jingbo, LIN Junjie, et al. Bias analysis of PMU-based state estimation and its linear Bayesian improvement[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2024, 20(2): 1607-1617.
- [27] 林俊杰, 涂明权, 朱利鹏, 等. 基于时空多视图学习算法的 PMU 电压数据重构方法[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(24): 9533-9545.
LIN Junjie, TU Mingquan, ZHU Lipeng, et al. PMU voltage data reconstruction method based on spatiotemporal multi-view learning algorithm [J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(24): 9533-9545(in Chinese).
- [28] 杨明海, 王成山. 电力系统 PMU 优化配置方法综述[J]. 电力系统及其自动化学报, 2007, 19(2): 86-92.
YANG Minghai, WANG Chengshan. Survey for optimal PMU allocation in power system[J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2007, 19(2): 86-92(in Chinese).



林俊杰

在线出版日期: 2025-11-07.

收稿日期: 2025-05-19.

作者简介:

林俊杰(1992), 男, 博士, 副教授, 研究方向为电力系统调度与控制、电力系统状态估计、轨道交通牵引供电、广域同步相量测量技术、人工智能技术在电力系统的应用, linjunjie@fzu.edu.cn;

郭宜通(2000), 男, 硕士研究生, 研究方向为基于同步相量测量的潮流计算, 13645073963@163.com;

宋文超(1996), 男, 博士, 研究方向为基于同步相量测量的状态估计和潮流计算, swcgryz@163.com;

*通信作者: 陆超(1977), 男, 博士, 教授, 研究方向为电力系统分析与控制、轨道交通牵引供电技术、数据驱动与人工智能应用技术, luchao@tsinghua.edu.cn.

(责任编辑 邱丽萍)